円陣の解法についての考察

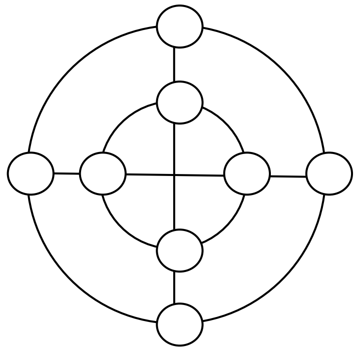
1年1組　梶谷　宗平　　1年1組　高橋　秀長
1年1組　二宮　直人　　1年3組　栗山　一輝
1年4組　山下　晴海
指導者　教諭　藤岡　敦子

1　課題設定の理由

和算について調べていたときに、「円陣」というものを初めて見て興味をもったので、詳しく調べてみたいと思った。

＜言葉の定義＞※円が２つのもの

円　陣：１つのラインの合計数がその他のラインともすべて等しくなるように数字を入れる問題
円　　：外側にある４つの数字を外円、内側にある４つの数字を内円という。
ライン：縦列、横列、内円、外円それぞれの４数の組をラインと呼ぶ。
解　法：円陣への数字の入れ方は複数ある。円陣の定義を満たす数字の入れ方を１つの解法と呼ぶ。



2　仮説

円が二重で使う数字が１～８のときの解法は６０通りぐらいあるのではないかと考えた。また、小さい円から考察していくことで、解法を一般化できるのではないかと考えた。

3　実験・研究の方法

Ⅰ　いくつか解法を探し、それを元に基本的な性質を探る。
Ⅱ　考える限り、すべての解法を書き出す。
Ⅲ　Ⅱで出てきた解法の数を証明する。

4　結果と考察

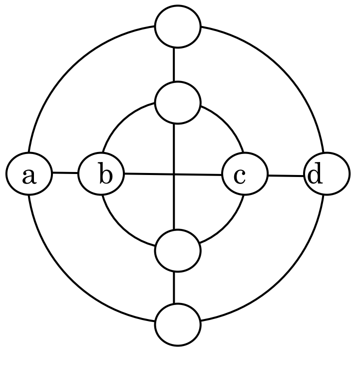
(1)　結果

使う数字が１～８の場合は、１つのラインの合計が１８で、すべての解法は１９２通りである。

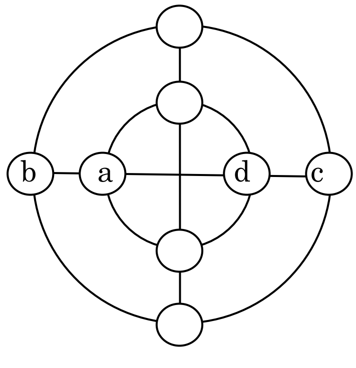
(2)　考察

使う数字が１～８の場合、円陣は大きく分けて２パターン（一般パターンと特殊パターンと呼ぶ）に分かれる。

【図１】



【図２】



ア　一般パターン・・・向かい合う数字の和が９

最も上にくる数字を１に固定して、縦列になる数字の並べ方は

（１，２，７，８），（１，３，６，８），（１，４，５，８），

（１，５，４，８），（１，６，３，８），（１，７，２，８）

の６通りある。

図１において、a と d、b と c の入れ替え可能（４通り）

図２において、a と d、b と c の入れ替え可能（４通り）

さらに、内円と外円をすべて入れ替えることもできるので、

（４＋４）×６×２＝９６通り

イ　特殊パターン・・・向かい合う数字の和が９でない

アと同様に、縦列の数字の並べ方は、

（１，２，８，７），（１，３，８，６），（１，４，６，７），（１，４，７，６）

（１，５，８，４），（１，６，４，７），（１，６，７，４），（１，７，４，６）

（１，７，６，４），（１，８，２，７），（１，８，３，６），（１，８，５，４）

の１２通りある。

※　（１，４，８，５），（１，８，４，５）の２つは、横列に数字を入れたときに成り立たなかった。

図１において、a と d、b と c の入れ替え可能（４通り）

さらに、内円と外円をすべて入れ替えることもできるので

４×１２×２＝９６通り

ア、イより、すべての解法は

９６＋９６＝１９２通り

である。

５　まとめと今後の課題

今回は、円が２つの円陣の解法について研究したが、円が３つの円陣の解法について考察したところ、非常に大きな数の解法があることが予想され、時間の都合上、解法を求めることができなかった。今後は、円が３つの円陣の解法を始め、円を増やすとどうなるか調べていきたい。

参考文献

・桜井　進「夢中になる！江戸の数学」

・吉田　光由「塵劫記」