和算　～オリジナル算額をつくろう～

2年4組　　宮下　恭輔
2年4組　　渡辺　将伍
2年4組　　本田　未来
指導教員　松浦　大介

1　課題設定の理由

私たちは数学が好きだが、普段何かを意識して数学を解いているわけではない。愛媛県に日本一算額が奉納されている神社があるということを最近知り、数学にどのような歴史があったのか知りたいと思うようになった。さらに、和算と自分たちが学習している数学の共通点や相違点を知ることにより、数学のおもしろさや奥深さに気付き、より意欲的かつ主体的に数学の学習に取り組めるのではないかと考えた。また、以上のことを生かし、自分たち独自の算額が作れると思い、この課題に設定した。

伊佐爾波神社

2　仮説

今までに学習した数学の公式や定理を用いることにより、江戸時代や明治時代などに奉納された算額の問題を解くことができるであろう。そして、和算と自分たちが学習している数学とを比較することで、それらの共通点や相違点を発見することができるであろう。自分たち独自の算額を作り上げることに関しては、古来の算額の問題をより多く解くことによって、よりよい問題を作ることができるだろう。

3　調査・研究の方法

まず、宇和島市内の神社に算額が奉納されているかどうかを調べるため、全ての神社に連絡をとる。さらに和算についての文献を読んだり、インターネットで調べたりして和算への理解を深める。その上で算額の問題が自分たちの数学の知識で解けるかどうか研究する。また、伊佐爾波神社に奉納された算額の歴史や問題について調べ、それをもとに、自分たちで独自の算額を作成する。

宇和島		津島	吉田	三間
三島神社	和霊神社	八幡神社	門島神社	中野神社
神明神社	南豫護国神社	御槇神社	安藤神社	清良神社
山高神社	恵美須神社	白王神社	峰住神社	曾我神社
三島神社（長堀）	宇和津彦神社	鉾神社	住吉神社	稲荷神社
三島神社（坂下津）	天満神社（三浦）	天満神社（下畑地）	賀茂神社	河内神社
天満神社	天満神社	八坂神社	天満神社	新田神社（大藤）
白王神社	松尾神社	由良神社	八坂神社	熊野神社
稲荷神社	高光神社	三島神社	八幡神社	春日神社（是能）
住吉神社	八幡神社	綿津見神社	大雷神社	磐座神社
大小浜拝高神社	日振島神社	加茂神社	健雄神社	三島神社（宮野下）
拝高神社	多賀神社	神明神社	日吉神社	天満神社（曽根）
八坂神社	春日神社	一宮神社	三島神社	白坂神社
住吉神社	神明神社	三島神社	犬日神社	三島神社
八坂神社		金峰神社	天満主神社	白鬚神社
		熊野神社	龍前神社	
			奥浦神社	

宇和島市の神社一覧

4　結果

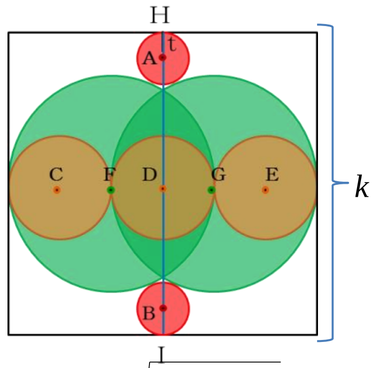
宇和島市内のほとんどの神社に連絡をとったが、算額の奉納は確認することができなかった。神社の関係者から話を聞いた結果、宇和島市には算額が存在しないことが分かった。

伊佐爾波神社には、22 面の算額が奉納されていることが分かった。一番古いものは 1803 年、一番新しいものは 1937 年に奉納されていることが分かった。しかし、算額の風化が激しく、今では写真のみ公開されている。

神社や寺に奉納された算額の問題には合計 14 問取り組み、そのうちの 8 問を自力で解くことができた。以下に、取り組んだ問題の一部とその解法を示す。

① 右の図のように正方形の内部に大中小なる 7 個の円が接している。小円の半径が分かっているとき、正方形の辺の長さはいくらか。

（文久元年（１８６１）石川勘治郎氏によって群馬県群馬郡榛名町白岩山長谷寺に奉納）



△ＡＧＤで、三平方の定理より

$$AD^2 = AG^2 - GD^2$$

$$= \left(\frac{k}{3} + t\right)^2 - \left(\frac{k}{6}\right)^2$$

ＡＤ＞０　より

両辺を二乗して計算すると

$$AD = \sqrt{\left(\frac{k}{3}+t\right)^2 - \left(\frac{k}{6}\right)^2}$$

$$AB = 2\sqrt{\left(\frac{k}{3}+t\right)^2 - \left(\frac{k}{6}\right)^2}$$

ＡＢ＝ｋ－２ｔ代入して

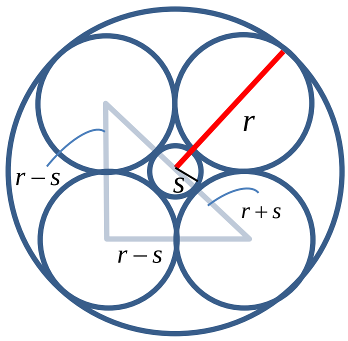
$$k - 2t = 2\sqrt{\left(\frac{k}{3}+t\right)^2 - \left(\frac{k}{6}\right)^2}$$

よって

$$k = 10t$$

② 大円内に中円を４個、小円を１個入れる。大円の直径が分かっているとき、小円の直径はいくらか。

（昭和１２年（１９３７）中村正教氏によって愛媛県松山市桜谷町伊佐爾波神社に奉納）



$$(r-s)^2 + (r-s)^2 = (r+s)^2$$

$$2r^2 - 4rs + 2s^2 = r^2 + 2rs + s^2$$

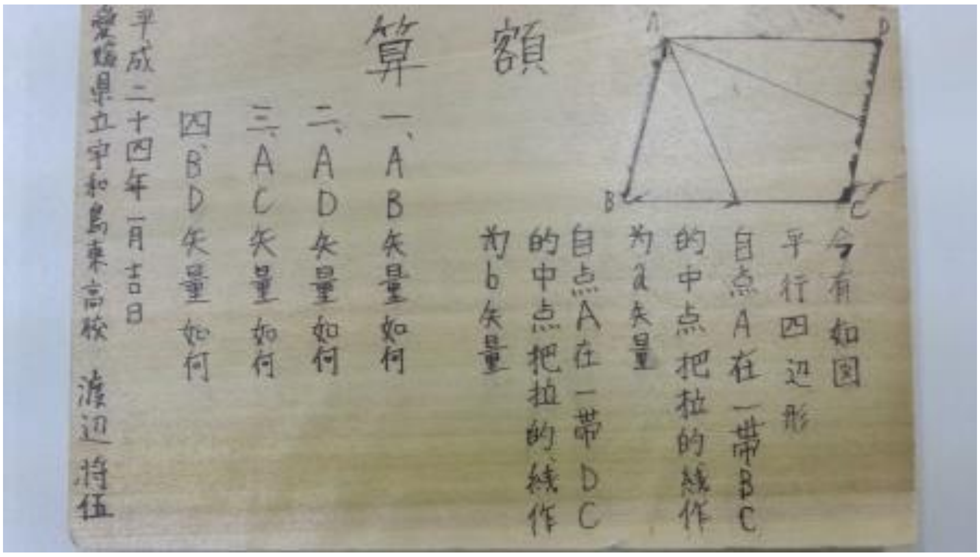
$$s^2 - 6rs + r^2 = 0$$

$$s = \frac{6r \pm \sqrt{32r^2}}{2} = \frac{6r \pm 4\sqrt{2}r}{2} = 3r \pm 2\sqrt{2}r = (3 \pm 2\sqrt{2})r$$

$2(3+2\sqrt{2})r$ は不適である。求めたいのは直径なので、２倍して $2(3-2\sqrt{2})r$

②の算額

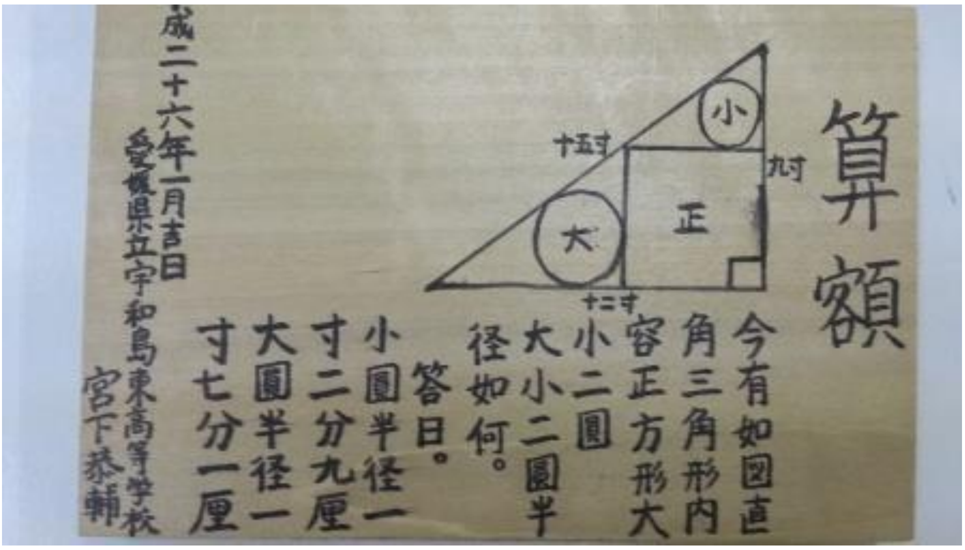
そして、解いた問題などを参考にして、以下のような算額を作成してみた。



○問題文

ここに平行四辺形がある。点 A から BC の中点に引いた線を a ベクトルとし、点 A から DC の中点に引いた線を、b ベクトルとする。

1　AB ベクトルを求めよ。
2　AD ベクトルを求めよ。
3　AC ベクトルを求めよ。
4　BD ベクトルを求めよ。

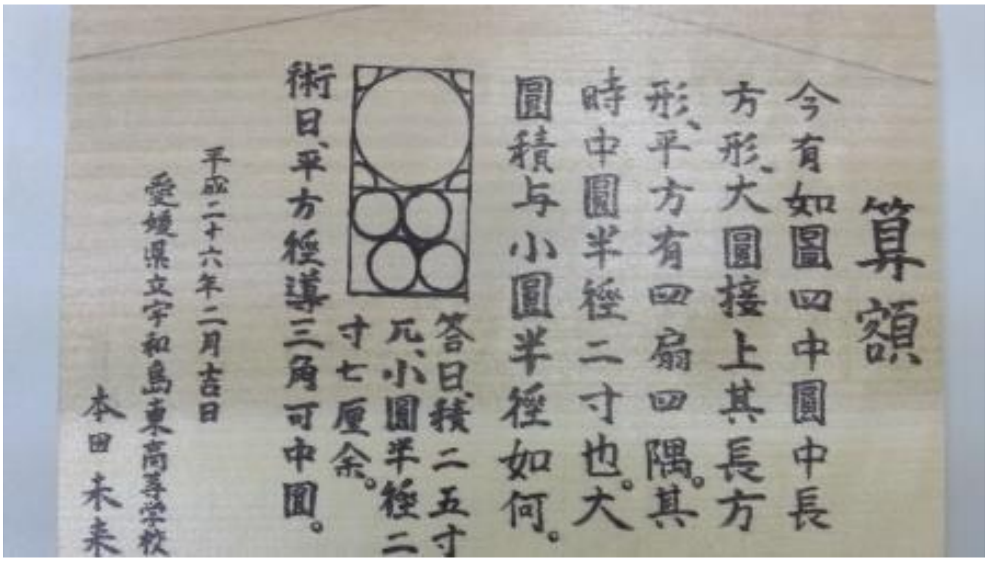


○問題文

底辺１２寸、高さ９寸、斜辺１５寸の直角三角形に、正方形と大円と小円が図のように内接している。このとき大円と小円の半径はいくらか。

○答え

大円半径…１寸２分９厘余　　小円半径…１寸７分１厘余



○問題文
　４つの中円が長方形の中で図のようにあり、その長方形の上に、大円が接していて４隅に４つの扇形がある正方形がある。そのとき、中円の半径は２寸とする。大円の面積と小円の半径はいくらか。
○答え
　大円面積…２５π寸　小円半径…２寸７厘余
○解き方
　正方形の直径は中円によってできる三角形から求める。

5　考察

　算額の問題は難しそうに思ったが、私たちの数学の知識でも十分解ける問題もあり、昔の数学に親しみを感じるとともに、今の数学を学習することの意味について考えることができた。数学とは実に楽しいものであるということを再確認することができ、より意欲的に数学の問題を解いていきたいと感じた。また、よりよい問題をつくるにはどのようにすべきか考え、さらには漢文での問題作成にもチャレンジすることで、各々が工夫を凝らした算額を作成することができた。より一層数学的な見方・考え方を深めることができた。

6　今後の課題

　オリジナリティを追求し、深くまで掘り下げた算額の問題を作成し、インターネット等を通じて、一般に公開し、和算のよさをより多くの人に感じてもらいたい。数学の基礎・基本が十分に定着していないということが分かったので、基礎・基本の定着を目指し、普段の数学の学習に意欲的に取り組んでいきたい。

7　参考文献

・道後八幡　伊佐爾波神社の算額　紀要第一集
・桜井進 著　「夢中になる！江戸の数学」　集英社文庫
・「和算ナビ」　http://wasan.info/