和算

２年３組　清家　暖生　２年３組　舩田　侑輝
２年４組　佐々木智哉　２年４組　若山　　翔
指導者　濱田　真吾　赤松　弘教

1　課題設定の理由

日本には江戸時代初期に成立し、鎖国していた影響を受け、日本独自に発達を遂げた和算という数学がある。しかし、明治時代になると鎖国が終わり、私たちが学習している西欧数学が輸入され和算は日本の教育現場から姿を消した。そこで、私たちは普段から数学を学習しているが和算の認知度があまり高くないと感じ、自分たちで研究・考察し一人でも多くの人に知ってもらいたいと考えた。また、和算と西欧数学との相違点を調べ、和算の特徴をまとめてみたいと考え、この課題を設定した。

2　仮説

今までに学習した数学の知識を用いることで、西欧数学と和算との相違点を比較することで和算の特徴を見つけることができるのではないかと考えた。

3　研究の方法

インターネットから、これまでに学んだ公式を使うことで解ける和算の問題を探し、その中から数問選びその問題の解答を作成する。

参考書やインターネットをもとに和算と西欧数学との相違点を見つけまとめる。

4　結果と考察

(1)　和算と西欧数学の比較

ア　和算

江戸時代初期に庶民の間で一種のゲームとして大流行したことにより急速に発展した。江戸時代後期には日本中で数学ブームが起き、最終的に関孝和が行列式や高等数学を大成させた。有名な伊能忠敬をはじめ、測量には和算の成果が使われたが、これもどちらかと言えば測量のために研究するというよりは、遊びの中から得られた成果を適用した、という傾向が強い。現実問題の解決手段としてではなく、ゲーム感覚でお互いに問題を出し合って解く、というものであったため、新たな概念が生まれることは少なかった。

和算の問題や解法を絵馬や額に記して神社や仏閣に奉納したものを算額という。人々は数学の問題が解けたことを神や仏に感謝し、この算額を奉納した。中には難問や問題だけを絵馬に書いて答えなしで奉納するひともいた。算額を奉納するという風習は日本独自のものであり、江戸時代中頃から始まった。現在では全国に 1,000 近くの算額が残っている。

江戸時代には分数、少数、角度といった概念は存在しなかった。「二分の一」「十分の一」とうい言葉自体はあったが、江戸時代の一般の人は、それを数とは思っていなかった。例えば「7 分の 3」（**図１**）では、一つのものを七つに分けた三つ分（1÷7×3）という操作方法として捉えられていて「7 分の 3 個」というような量、数と意識されてはいなかった。そのため、江戸時代には、今のような「9 分の 5」から「7 分の 3」を引くなどの計算は存在しなかった。

小数（こかず）は、「一より内の数」だった。例えば『竪亥録』には、長さの単位の説明が次のようにある。

1 尺は 1 丈の 10 分の 1、1 寸は 1 尺の 10 分の 1、1 分は 1 寸の 10 分の 1。つまり、1 尺の内に 1 寸が 10 個ある。すなわち、1 尺の長さの箱の内に、1 寸の長さの箱が 10 個一列

に詰まっていて、1 寸の箱の内には 1 分の長さの箱が 10 個一列に詰まっているというイメージ。

どんなに小さくなっても、新しい単位名で 1 個、2 個と数えることができるものが少数（こかず）であり、0.6 個といった現在の少数は存在しなかった。

イ　西欧数学

明治時代初期に西欧から日本に輸入された数学。他の自然科学や測量の諸問題を解決するために研究されてきた背景があるため、一つの問題から様々な概念を生み出しては数学として体系化しながら発展してきた。学問としての教育機関、研究機関も早いうちから整備されていた。

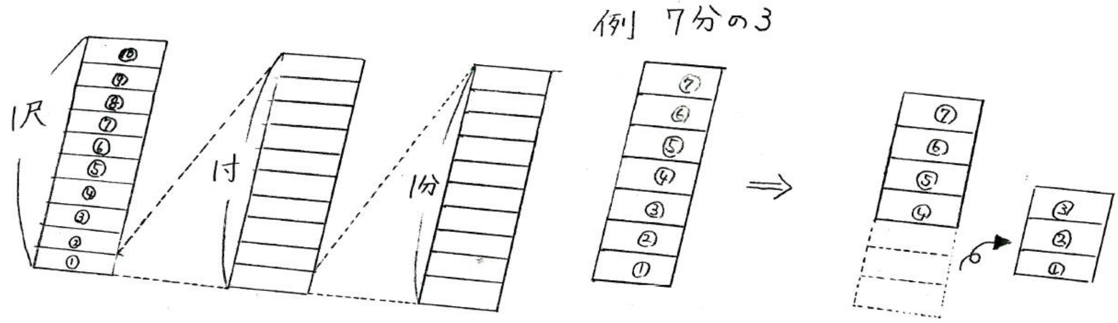
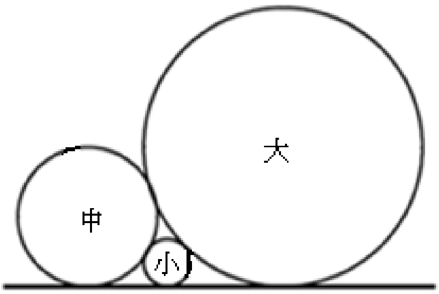


図１　江戸時代（左）と現代（右）の分数の考え方

(2)　和算の問題と解答

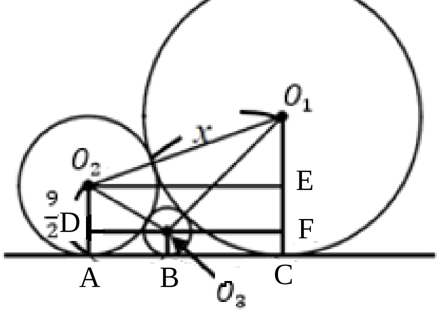
和算の問題の例

問題１



上図のように互いに外接する中円と大円がある。この２つの円とその共通接線に接する小円がある。中円の直径が９寸、小円の直径が４寸のとき、大円の直径はいくらかという問題である。

問題１の解答



大円の半径 x寸　中心O_1

中円の半径 $\frac{9}{2}$ 寸　中心O_2

小円の半径 2 寸　中心O_3　とする。

$\triangle O_2O_3D$について三平方の定理より

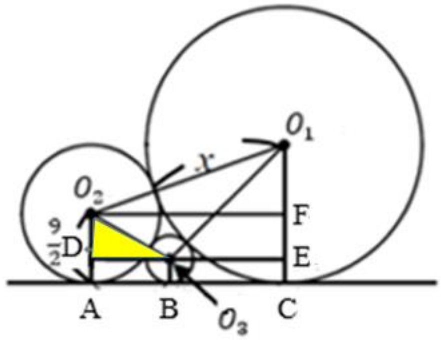
$$\mathrm{AB}=\sqrt{{O_2O_3}^2-{O_2D}^2}$$

$$=\sqrt{(\frac{9}{2}+2)^2-(\frac{9}{2}-2)^2}$$

$$=\sqrt{\frac{144}{4}}$$

$$=\frac{12}{2}$$

$$=6$$



$\triangle O_1O_3E$について三平方の定理より

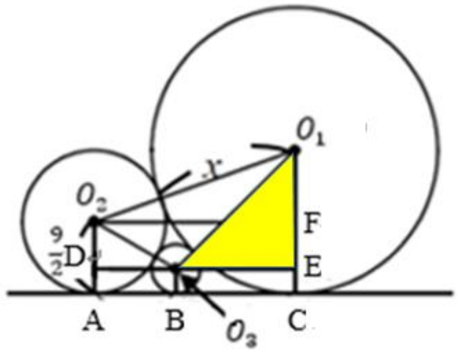
$$\mathrm{BC}=\sqrt{{O_1O_3}^2-(O_1C-O_3B)^2}$$

$$=\sqrt{(x+2)^2-(x-2)^2}$$

$$=\sqrt{8x}$$

よって

$\mathrm{AC}=6+\sqrt{8x}$　—①



$\triangle O_1O_2F$について三平方の定理より

$$O_2\mathrm{F}=\sqrt{(x+\frac{9}{2})^2-(x-\frac{9}{2})^2}$$

$$=\sqrt{18x}$$

$O_2F=AC$より

$AC=\sqrt{18x}$　—②

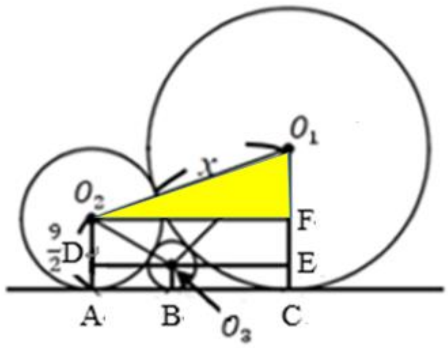
①、②より　$\sqrt{18x}=6+\sqrt{8x}$

$\sqrt{18x}-\sqrt{8x}=6$

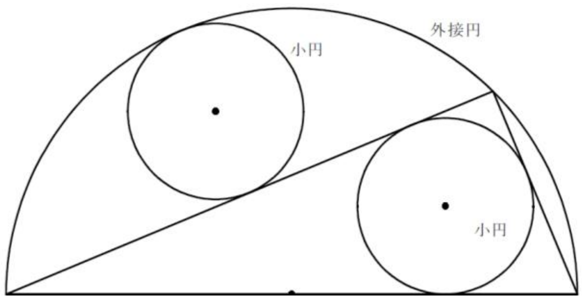
$3\sqrt{2x}-2\sqrt{2x}=6$

$\sqrt{2x}=6$

$\sqrt{2x}>0$ より　２乗して　$2x=36$　直径　36 寸



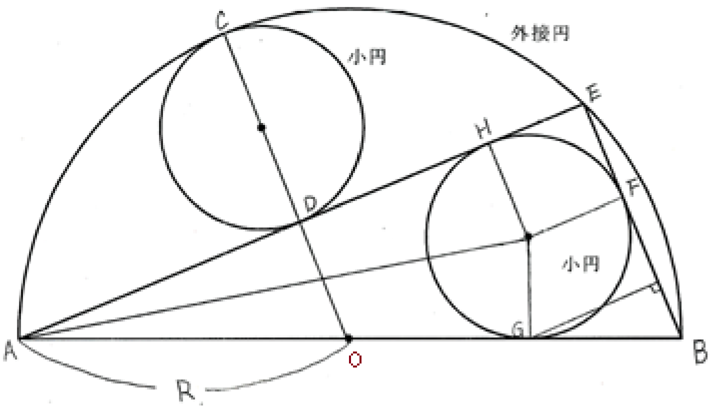
問題２



半円に直角三角形を内接させ、この直角三角形の内接円と弓形内にえがいた最大の円の大きさが等しくなっている。

小円の半径を４cm として、外接円の半径を求めなさい。

問題２の解答



上図のように文字を置き、外接円の半径をRとする。

$OC = R$

小円の半径が 4cm なので直径は 8cm

よって　$OD = OC - CD = R - 8$

中点連結定理より　$BE = 2R - 16$

円の接線は等しいので

$BF = BG$

$BG = 2R - 20$

$AG + GB = 2R$

$AG + 2R - 20 = 2R$

$AG = 20$

円の接線は等しいので　$AG = AH$

$AH = 20$

よって　$AE = 24$

三平方の定理より

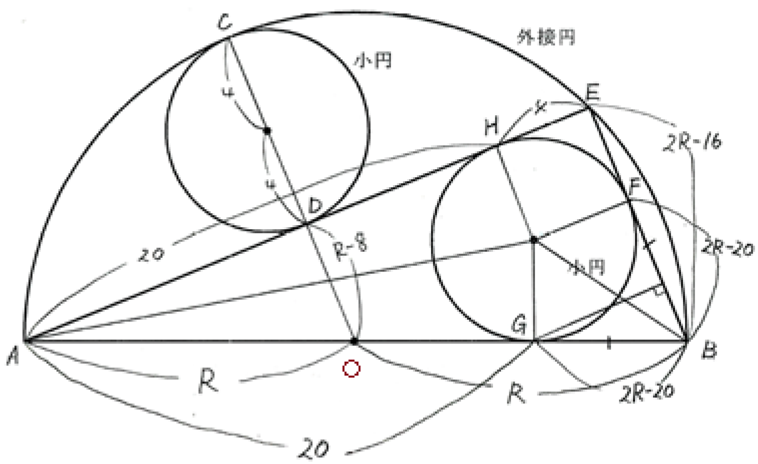
$4R^2 = (2R - 16)^2 + 24^2$

$4R^2 = 4R^2 - 64R + 256 + 576$

$64R = 832$

$R = 13$

よって　外接円半径は 13cm



5　まとめと今後の課題

今回解いた問題は高校までの数学の知識で解くことができる問題だった。また、現段階では和算には図形を用いた問題が多い傾向にあると感じた。和算と現代数学の相違点としては、分数の概念の有無があげられる。

今後、実際の現物を見ることができずインターネットや書籍がメインになっていたので、実際に算額の奉納されている神社などを訪問し、確認していきたいと考えている。

参考文献

・和算に挑戦　http://www2.ttcn.ne.jp/~nagai/waseda/wasan/jugyou.pdf