

折り紙の構造に着目した反射望遠鏡の形状の考察

1年3組 藤江 栞里 1年2組 石黒 心望 1年2組 竹内 美乃
1年3組 川本 美羽 1年3組 佐々木唯文
指導者 森脇 由衣

1 課題設定の背景

天体の観察のために用いられる宇宙望遠鏡の反射鏡は、光を集める放物線の性質を利用し、放物面になっている。反射鏡が大きいほど遠くの星を鮮明に観察することが可能であり、ジェームズ・ウェッブ宇宙望遠鏡は三つ折りして収納することで、歴代最大の反射鏡を使用している。そこで、私たちはより鮮明な映像が得られるよう、三つ折りよりさらに効率的に収納・展開できる方法を探ることを目的とし、この課題を設定した。放物面の展開図を作製し、収納・展開する方法を工夫することで、より大きな反射鏡を作ることができると考えた。

2 放物面について

(1) 展開図

回転体ベースの立体折紙設計ツール「ORI – REVO: A Design Tool for 3D Origami of Revolution」の描く球の展開図を参考に、放物面の展開図を考えた（**図1**）。放物面をいくつかの平面に分解し、その平面をつなぎ合わせて展開図を作る。展開・収納方法は以下の通りである。

- ① 展開図を折りたたんだ状態で収納する。
- ② 展開図の下部分にひもを通し、一方向に引くことで展開する（**図2**）。

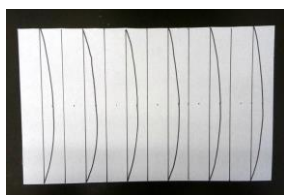


図1 ORI-REVOによる球の展開図
(直線が谷折り線、曲線が山折り線)

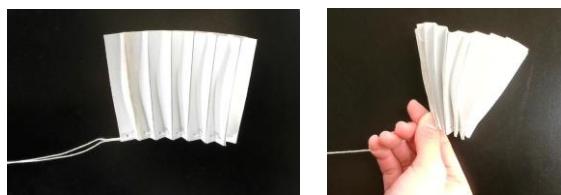


図2 放物面の展開の様子

(2) 原理

放物線 $4py = x^2$ を y 軸を中心に回転させた放物面の展開図について、 y 軸に垂直な平面と放物線で切り取った断面は円である。この円に内接する正 n 角形の頂点を結んでできる平面について考える（**図3**・**図4**）。放物面の展開図における $y = t$ のときの点線の長さを L_t 、点線から山折り線までの長さを d_t とし（**図4**）、それぞれと t の関係式を導く。

点線の長さ L_t について、 L_t は $0 \leq y \leq t$ における放物線の長さと同じ。本研究では、放物線を細かな線分の集まりと考えた。 $y = t$ における放物線上の点 $P(x_t, t)$ と $y = t'$ における放物線上の点 $Q(x_{t'}, t')$ の距離を ΔL とすると、次の式が得られる（**図5**）。

$$L_{t'} = L_t + \Delta L$$

$$\Delta L^2 = (x_{t'} - x_t)^2 + (t' - t)^2 \quad (\text{三平方の定理})$$

点線から山折り線までの長さ d_t について、 d_t は放物面の断面の円に内接する正 n 角形の一辺の半分 PH に等しい（**図6**）。円の半径 OP の長さは、点 P の x 座標 x_t に等しいので、 $\angle POH$ の大きさを θ とすると、次の式が得られる。

$$d_t = x_t \sin \theta$$

$$\theta = \frac{360^\circ}{2n}$$

また、 $4pt = x_t^2$ より、 $x_t = \sqrt{4pt}$ である。

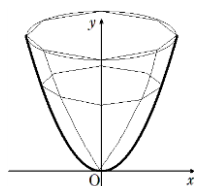


図3 放物面

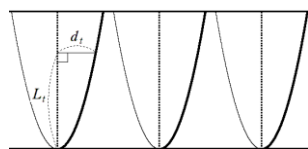


図4 放物面の展開図

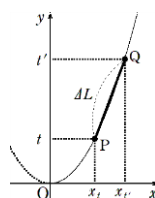


図5 放物線の長さ

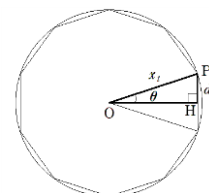


図6 放物面の断面

(3) 放物面の作製

本研究では、厚紙を用いて $p = 100\text{mm}$ 、 $n = 12$ となる放物面を作製した。Excel を用いて $t = 0, 1, 2, 3, \dots$ (mm)のときの L_t と d_t をそれぞれ算出し (表 1)、 L_t と d_t の散布図から放物面の展開図を作製した (図 7)。

表 1 Excel を用いた L_t と d_t の算出表の一部

t	dt	Lt
0	0	0
1	5.1763809	20.024984
2	7.3205081	28.369393
3	8.9657547	34.804314

(単位mm)

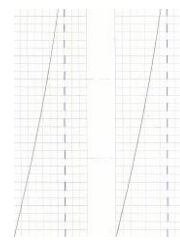


図7 放物面の展開図

3 教室における放物面と平面の照度比較の実験

(1) 測定方法と測定条件

反射面にアルミ箔を貼った放物面 (図 8) と平面 (図 9) に光源を当て、反射する光の量 (照度) を測定した。条件は以下の通りである。

測定条件: 窓・暗幕をすべて閉め、室内の蛍光灯はすべて点ける。

放物面の焦点 (100mm) の位置にデジタル照度計 (LX-1108) を固定する。

(2) 測定結果・考察

表 2 より放物面での照度は平面での照度と比べて 67% 高く、作製した放物面の反射鏡は平面の反射鏡より多くの光を集めることができると考えられる。

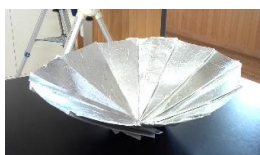


図8 放物面の反射鏡



図9 平面の反射鏡
(放物面と等しい大きさの円)

表 2 照度比較実験の結果

	1回目	2回目	3回目	平均値
放物面	576	576	575	576
平面	388	387	386	387

(単位 Lux)

4 まとめと今後の課題

立体折紙設計ツールの描く球の展開図を参考に放物面の展開図を作製し、下端にひもを通すことで容易な展開を可能にした。作製した放物面の半径は、三つ折りした放物面の半径の約 2 倍であると考えられる (反射面積は約 4 倍)。また、教室での照度比較の実験結果から、作製した放物面は光を効率よく集めることができていると考えられる。今後は、光源の明るさや種類、放物線の焦点の位置や n の値を変化させたときにも、同様の効果があるか調べたい。

参考文献

- [1] 回転体ベースの立体折紙設計ツール「ORI-REVO:A Design Tool for 3D Origami of Revolution」
https://mitani.cs.tsukuba.ac.jp/ori_revo/
- [2] NASA<JAMES WEBB SPACE TELESCOPE> ホームページ
<https://webb.nasa.gov>